

Vortrag zum Ehrenkolloquium  
der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften  
(BBAW)  
anlässlich des 90. Geburtstages von

**Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h. c. mult. Werner Albring**  
Ehrenmitglied der BBAW

## **Werner Albring und die Ähnlichkeitsmechanik**

Peter Költzsch, Dresden  
Berlin, BBAW Leibniz-Saal, 28. September 2004

Lieber Herr Albring,  
hochverehrter Herr Präsident,  
meine sehr verehrten Damen und Herren!

**Werner Albring  
und die Ähnlichkeitsmechanik**

BBAW-Ehrenkolloquium zum 90. Geburtstag von  
Werner Albring



- Einführung
- Ähnlichkeitskennzahlen
- Die HAGEN-Zahl nach W. ALBRING
- Ähnlichkeitsbetrachtungen im Werk von W. ALBRING (Beispiele)
- Analogien in der strömungsmechanischen Modelltechnik
- Strömungsakustische Beiträge von W. ALBRING
- ALBRING und die Ähnlichkeitsmechanik von HELMHOLTZ
- Schlussbemerkungen

Peter Költzsch Dresden

### Inhalt

- **Einführung**
- **Ähnlichkeitskennzahlen**
- **Die HAGEN-Zahl nach W. ALBRING**

- **Beispiele zur Anwendung von Ähnlichkeitsbetrachtungen im Werk von W. ALBRING**
  - **Das Diffusorkriterium**
  - **Das EULER-Diagramm für Schaufelgitter**
  - **Verhältnis von Wirbelzähigkeit und molekularer Zähigkeit**
  - **Fortbewegung von Lebewesen (Ordnungsprinzipien)**
- **Analogien in der strömungsmechanischen Modelltechnik**
- **Strömungsakustische Arbeiten von Werner ALBRING**
- **ALBRINGs Beschäftigen mit Hermann von HELMHOLTZ, HELMHOLTZ und die Ähnlichkeitsmechanik**
- **Schlussbemerkungen**

- **Einführung**

Ich möchte Ihnen in diesem Vortrag einige Überlegungen darstellen, die die Bedeutung der Ähnlichkeitsmechanik im wissenschaftlichen Werk von Werner ALBRING kennzeichnen. Ich möchte dabei auch verdeutlichen, dass unser akademischer Lehrer Werner ALBRING uns, also seinen Schülern, diese Denkweise übermittelt hat und dass damit unsere wissenschaftliche Arbeitsweise ganz entscheidend von Grundprinzipien der Ähnlichkeitsmechanik geprägt worden ist.

Werner ALBRING ist hinsichtlich dieser wissenschaftlichen Methode der Ähnlichkeitsmechanik außerordentlich stark von Hermann von HELMHOLTZ beeinflusst worden. Er hat sich mit der fundamentalen Ähnlichkeitsarbeit von HELMHOLTZ intensiv befasst. ALBRING gebührt das Verdienst, diese HELMHOLTZsche Arbeit zur Ähnlichkeitsmechanik dem Speicher des Vergessenen entrissen und für wissenschaftliche und wissenschaftshistorische Untersuchungen wieder bekannt gemacht zu haben. Auch darüber möchte ich in diesem Vortrag sprechen.

- **Ähnlichkeitskennzahlen**

Ähnlichkeitskennzahlen spielen in vielen Bereichen der Technik und Naturwissenschaften eine große Rolle. Im Fachgebiet der Strömungsmechanik sind die hier gezeigten dimensionslosen Größenkombinationen von besonderer Bedeutung:

Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{v l}{\nu}$$

Mach-Zahl

$$Ma = \frac{v}{c}$$

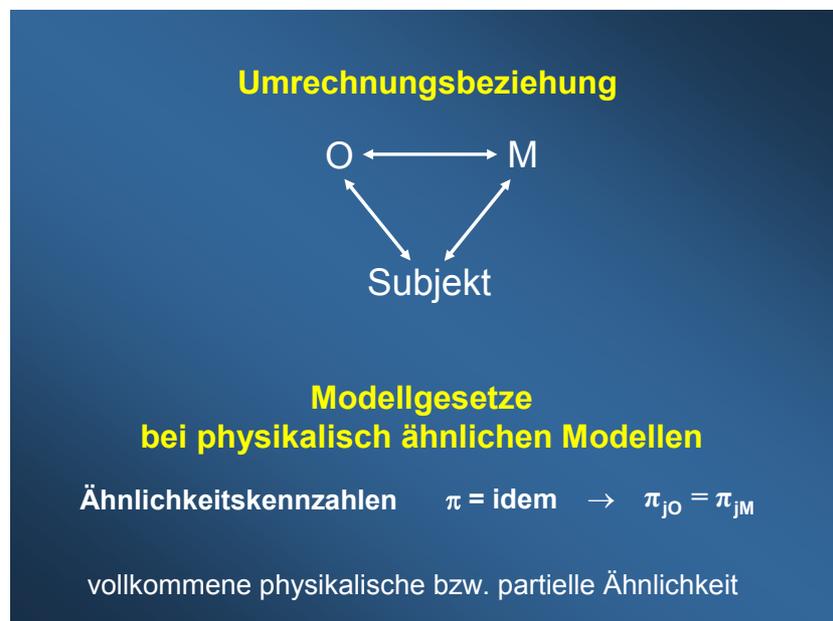
Euler-Zahl	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho v^2}$	Froude-Zahl	$Fr = \frac{v}{\sqrt{gl}}$
------------	----------------------------------	-------------	----------------------------

Im Fachgebiet Akustik werden insbesondere verwendet:

Helmholtz-Zahl	$He = \frac{l}{\lambda}$	Strouhal-Zahl	$Sr = \frac{f l}{v}$
----------------	--------------------------	---------------	----------------------

Der Anwendungsbereich dieser Ähnlichkeitskennzahlen liegt u. a. in der Auslegung gegenständlicher Modelle, im Fachgebiet der Strömungsmechanik z. B. in den Untersuchungen von verkleinerten Flugzeugbauteilen im Windkanal bzw. in der Akustik z. B. bei verkleinerten Modellen zur Raumakustik eines Konzertsaaes.

### Original-Modell-Beziehung



Es gelten dabei offensichtlich bestimmte Umrechnungsbeziehungen zwischen einem Original O und dem Modell M, so dass ein Subjekt das Modell nach den Vorgaben des (realen oder fiktiven) Originals gestalten kann, dass das Modell entsprechend physikalisch ähnlich betrieben werden kann und dass die im Modell erhaltenen experimentellen Ergebnisse auf das Original zurückgerechnet werden können.

Grundlage dazu ist die Kenntnis der für diesen Prozess relevanten Ähnlichkeitsinvarianten:

Es gilt der Satz:

Zwei Vorgänge sind physikalisch ähnlich, wenn die problemimmanenten Ähnlichkeitsinvarianten  $\pi$  beider Vorgänge denselben Zahlenwert haben:

$$\pi_{jO} = \pi_{jM} \quad \text{d. h.} \quad \pi = \text{idem}$$

Bei vollkommener physikalischer Ähnlichkeit müssen die Zahlenwerte dieser Ähnlichkeitskennzahlen im Modell und im Original gleich sein. In der Praxis ist meist nur partielle Ähnlichkeit realisierbar.

### Ähnlichkeitskennzahlen (Auswahl)

Archimedes-Zahl	Bingham-Zahl	Biot-Zahl
Cauchy-Zahl	Damköhler-Zahl	Eckert-Zahl
Euler-Zahl	Fourier-Zahl	Froude-Zahl
Galilei-Zahl	Gay-Lussac-Zahl	Grashof-Zahl
Hagen-Zahl	Helmholtz-Zahl	Knudsen-Zahl
Mach-Zahl	Nußelt-Zahl	Poisson-Zahl
Prandtl-Zahl	Rayleigh-Zahl	Reynolds-Zahl
Rossby-Zahl	Schmidt-Zahl	Sherwood-Zahl
Sommerfeld-Zahl	Stanton-Zahl	Stokes-Zahl
Strouhal-Zahl	Taylor-Zahl	Weber-Zahl

Die Liste der heute bekannten und in der Physik und Technik verwendeten Ähnlichkeitskennzahlen ist lang; sie umfasst bei Beschränkung auf die wesentlichen Kennzahlen der Mechanik, Strömungsmechanik, Thermodynamik und Akustik etwa 40 dimensionslose Kenngrößen.

Diese Ähnlichkeitskennzahlen sind mit den Namen bedeutender Wissenschaftler der Physik und anderer Wissenschaftsdisziplinen verbunden.

### Akademie-Mitglieder



Einige davon waren Mitglieder der Vorgängerakademien der Berlin-Branden-

burgischen Akademie der Wissenschaften.

Wir verwenden also heute in der Ähnlichkeitsmechanik z. B. die HAGEN-Zahl, die PRANDTL-Zahl und die SOMMERFELD-Zahl.

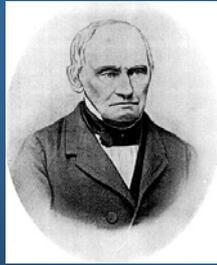
Diese Ähnlichkeitskennzahlen, also dimensionslose Kombinationen von physikalischen Größen, werden vorrangig für folgende Anwendungsfälle benutzt:

- im genannten Sinne als Kriterien für die Gestaltung der physikalischen Ähnlichkeit, das heißt der Wechselbeziehungen zwischen dem Original und dem Modell,
- zur Charakterisierung von Grenzwerten physikalischen Geschehens (mit festen Zahlenwerten), z. B. die kritische REYNOLDS-Zahl für den Übergang der laminaren in die turbulente Strömungsform, oder: die STROUHAL-Zahl für die Äolstöne des umströmten Kreiszyinders bzw. für die KÁRMÁNsche Wirbelstraße,
- die Ähnlichkeitskennzahlen werden verwendet als laufende, dimensionslose Koordinaten,
- zur dimensionslosen Darstellung von Messwerten und Ergebnissen numerischer Berechnungen, d. h. zur Verdichtung umfangreichen Datenmaterials.

Diese erweiterte Nutzung von dimensionslosen Größen eines technischen bzw. naturwissenschaftlichen Fachgebietes ist in exzellenter Weise von meinem hochverehrten Lehrer Prof. Werner ALBRING in seinen wissenschaftlichen Untersuchungen, in seinen Vorlesungen, bei seinen Vorträgen und in seinen Zeitschriften- und Buchpublikationen praktiziert worden. Seine Schüler haben diese bevorzugte Verwendung solcher klassischer dimensionsloser Größen in ihre Lehr- und Forschungsaufgaben in starkem Maße übernommen.

- **Die HAGEN-Zahl nach W. ALBRING**

## Die HAGEN-Zahl (nach W. ALBRING)



**Gotthilf Heinrich Ludwig HAGEN**  
1797 - 1884

HAGEN-Zahl 
$$Ha = \frac{\left(-\frac{dp}{ds}\right) D_{gl}^2}{\eta \bar{v}}$$

Rohrreibungszahl: 
$$\lambda = 2 \frac{Ha}{Re}$$

$$Ha_{\circ} = 32$$

$$Ha_{\parallel} = 48$$

Schreibt man die BERNOULLI-Gleichung mit einem Verlustglied und in dimensionsloser Form an, so ergeben sich in dieser Gleichung dimensionslose Ähnlichkeitskennzahlen, so z. B. die REYNOLDS-Zahl und die FROUDE-Zahl. In diese Gleichung hat Werner ALBRING 1961 als das Verhältnis von Druckkraft zur Reibungskraft die HAGEN-Zahl eingeführt. Gotthilf Heinrich Ludwig HAGEN (1797 – 1884), preußischer Baudirektor, Verfasser des Handbuches der Wasserbaukunst, Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften seit 1842, entdeckte die Gleichung für den Druckabfall bei laminarer Rohrströmung (neben POISEUILLE) und beschrieb etwa 40 Jahre vor Osborne REYNOLDS den Umschlag einer Rohrströmung von der laminaren in die turbulente Strömungsform.

Die HAGEN-Zahl wird nach ALBRING als Ähnlichkeitssimplex von Druckkraft und Reibungskraft in reibungsbehafteten Strömungen sinngemäß in der hier gezeigten Form definiert:

und zwar wird das Produkt aus Druckgradient und Querschnittsfläche durch das Produkt von dynamischer Viskosität und Strömungsgeschwindigkeit dividiert:

$$Ha = \frac{\left(-\frac{dp}{ds}\right) D_{gl}^2}{\eta \bar{v}}$$

mit:  $D_{gl}$  hydraulisch gleichwertiger Durchmesser  
 $\eta$  dynamische Zähigkeit des Fluids

Die HAGEN-Zahl der laminaren Rohrströmung hat für den kreisförmigen Rohrquerschnitt immer den Zahlenwert:  $Ha = 32$ ,  
dagegen für den schlitzförmiger Kanalquerschnitt den Zahlenwert:  $Ha = 48$

Beim laminaren Strömen ist also der Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$

$$\lambda = 2 \frac{Ha}{Re}$$

nur noch von der HAGEN- und der REYNOLDS-Zahl abhängig.

Welche Wissenskompression und welche Faszination liegt in der Aussage, dass für eine reibungsbehaftete laminare Rohrströmung immer gilt, dass die von Werner ALBRING eingeführte HAGEN-Zahl den konstanten Wert von  $Ha = 32$  (bzw. 48) hat?

Das heißt, dass dies für alle zusammengehörigen Größenkombinationen von Rohrdurchmesser, Rohrlänge, Druckverlust, Zähigkeit des Fluids und Strömungsgeschwindigkeit im Rohr gilt, gleich, ob man dabei eine Kapillare mit Wasser und einem Durchmesser im Millimeterbereich, den Kanal einer Klimaanlage mit Luftströmung und Abmessungen im Dezimeterbereich oder eine Pipeline mit zähfließendem Erdöl und einem Durchmesser im Meterbereich betrachtet.

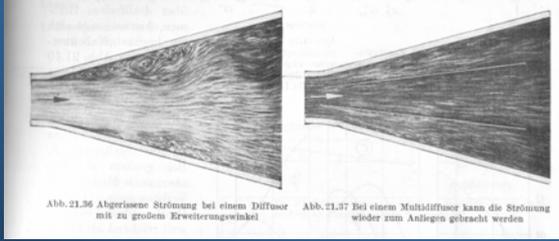
Diese HAGEN-Zahl ist auch bei der Behandlung von laminaren und turbulenten Grenzschichten von großer Bedeutung.

Nunmehr einige weitere Beispiele zur Anwendung von Ähnlichkeitsbetrachtungen im Werk von W. ALBRING

### **Diffusorströmung – Das Diffusorkriterium nach W. ALBRING**

Von Werner ALBRING ist auf der Grundlage von Ähnlichkeitsbetrachtungen ein Diffusorkriterium formuliert worden, dargestellt in der hier gezeigten dimensionslosen Form.

**Das Diffusorkriterium nach W. ALBRING**

$$\frac{1}{U} \frac{dA}{ds} \leq \mathcal{G}_{krit}$$


[aus: W. Albring „Angewandte Strömungslehre“]

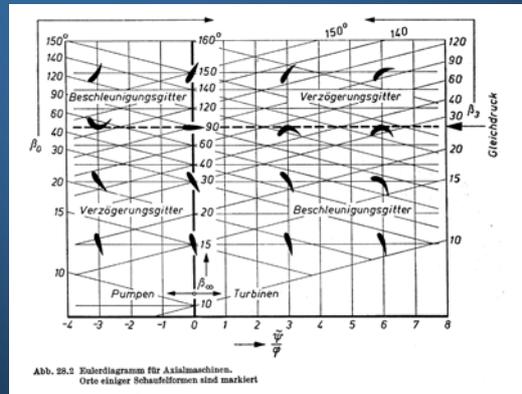
Das Kriterium, in der hier gezeigten Form als Quotient aus der Querschnittsänderung längs des Diffusors und dem Umfang, ergibt für den geraden, sich nur schwach erweiternden Kreiskegeldiffusor sowie für den Schlitzdiffusor näherungsweise den Öffnungswinkel  $\mathcal{G}$  als einen wichtigen Ähnlichkeitsparameter. Dieser Öffnungswinkel muss kleiner als der kritische Öffnungswinkel  $\mathcal{G}_{krit}$  sein, er muss also unter der Abreißgrenze des Diffusors liegen, in vollständiger Übereinstimmung mit der Messerfahrung. Neben diesen einfachen Strömungsfällen ist das Diffusorkriterium besonders wichtig, wenn kompliziertere Diffusorkonstruktionen vorausberechnet werden sollen, z. B. Diffusoren, die keine Kreiskegelform besitzen bzw. nicht als ebene Diffusoren betrachtet werden können. Mit Hilfe des Diffusorkriteriums sind am Dresdner Institut Multidiffusoren entwickelt worden, das heißt also zum Beispiel ineinandergeschachtelte Kegelstumpfdiffusoren, die bei gleichen äußeren Abmessungen einen höheren Wirkungsgrad als ein einfacher Diffusor besitzen.

Das zweite Beispiel zur Anwendung von Ähnlichkeitsbetrachtungen bezieht sich auf Schaufelgitter von Strömungsmaschinen:

**Das EULER-Diagramm für Schaufelgitter (nach W. ALBRING)**

## Das EULER-Diagramm für Schaufelgitter

(nach W. ALBRING)



[aus: W. Albring „Angewandte Strömungslehre“]

In den 1950er/1960er Jahren wurde am ALBRINGschen Institut und an der von ihm geleiteten Dresdener Forschungs- und Versuchsanstalt für Strömungsmaschinen eine große Anzahl von Schaufelgittern in den Windkanälen vermessen. Zur Verallgemeinerung dieser Messergebnisse wurde das sogenannte EULER-Diagramm entwickelt.

Aus der dimensionslos geschriebenen EULER-Gleichung für Strömungsmaschinen folgt als Abszisse des Diagramms  $\tilde{\psi} / \varphi$  (der Quotient aus der Energiedifferenzzahl und der Lieferzahl) und als Ordinate der Winkel  $\beta_{\infty}$  (das ist der Strömungswinkel zum vektoriellen Mittelwert aus der Zu- und Abströmgeschwindigkeit zum Schaufelgitter).

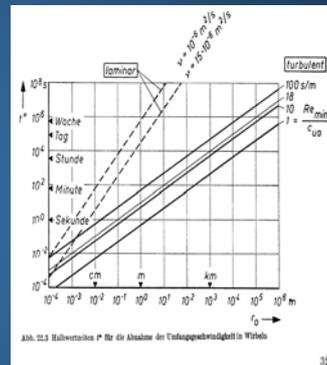
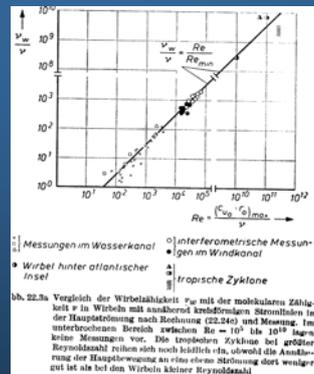
Im EULER-Diagramm entspricht jedem Punkt die Umlenkung durch ein Gitter, jede Kurve entspricht einer verwundenen Schaufel.

Das EULER-Diagramm wurde zum Speichern und zur verallgemeinerten Darstellung von Messwerten genutzt; in detaillierteren Darstellungen kann es zur Auslegung optimaler Schaufelgitter für Strömungsmaschinen verwendet werden.

Das dritte Beispiel für ALBRINGs Untersuchungen zur Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik bezieht sich auf das Verhältnis von Wirbelzähigkeit und molekularer Zähigkeit

## Wirbelzähigkeit und molekulare Zähigkeit (nach ALBRING)

## Verhältnis von Wirbelzähigkeit und molekularer Zähigkeit



$$\text{Wirbelzähigkeit} \quad \frac{\nu_w}{\nu} = \frac{Re}{Re_{min}}$$

Halbwertszeit turbulenter Wirbel

[aus: W. Albring „Angewandte Strömungslehre“]

Aus Ähnlichkeitsbetrachtungen für ein System aus großen und kleinen Wirbeln hat Werner ALBRING abgeleitet, dass für das Verhältnis der Wirbelzähigkeit  $\nu_w$  zur molekularen Zähigkeit  $\nu$  eine lineare Abhängigkeit von der REYNOLDS-Zahl geschrieben werden kann.

Dabei ist die Wirbelzähigkeit in Analogie zur molekularen Zähigkeit im NEWTONschen Reibungsansatz definiert;  $Re_{min}$  ist eine Konstante, die der kleinsten REYNOLDS-Zahl entspricht, bei der gerade ein turbulentes Fließen beginnt.

Die Wirbelzähigkeit wird also beim turbulenten Fließen gegenüber der molekularen Zähigkeit vergrößert, und zwar entsprechend dem Verhältnis der beiden genannten REYNOLDS-Zahlen.

Diese Aussage gilt, wie ALBRING gezeigt hat, für einen Bereich von zwölf Zehnerpotenzen der  $Re$ -Zahl, d. h. von sehr kleinen Wirbeln, die im Strömungslabor vermessen worden sind, bis zu meteorologischen Großwirbeln ( $Re \approx 10^{10}$ ), die als Wirbel an der Leeseite von atlantischen Inseln beobachtet worden sind, und schließlich bis hin zu tropischen Zyklonen ( $Re \approx 10^{11}$ ).

Freie turbulente Wirbel klingen mit ihrer Umfangsgeschwindigkeit infolge der turbulenten Zähigkeitswirkung bzw. der Überlagerung kleiner Wirbel auf den Großwirbel ab. Die entsprechenden Halbwertszeiten geben eine Vorstellung von der Lebensdauer des Wirbels. Diese Halbwertszeiten können für Wirbelsysteme sehr unterschiedlicher Größenordnung mit den ALBRINGschen Ähnlichkeitsbeziehungen abgeschätzt werden, siehe dazu den rechten Teil des gezeigten Bildes.

Insbesondere ist der Unterschied zwischen der Wirkung der molekularen Zähigkeit und der Wirbelzähigkeit deutlich erkennbar: die dem Großwirbel überlagerten zahlreichen Kleinwirbel bewirken eine vergrößerte reale Wirbelzähigkeit und damit kleinere Halbwertszeiten, deren Rechenwerte gut mit den Messergebnissen übereinstimmen.

## • Analogien in der strömungsmechanischen Modelltechnik

### Analogien (allgemeines) und Seifenhaut-Analogie

**Analogien  
in der strömungsmechanischen Modelltechnik**

- Homologien führen zu physikalisch ähnlichen Modellen.
- Analogien führen zu physikalisch analogen Modellen.

Beispiel: Seifenhautanalogie (nach W. ALBRING)

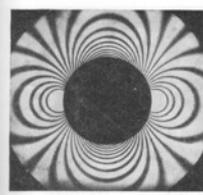


Abb. 12.4 Linien gleicher Geschwindigkeit der Kreisströmungsbewegung nach Abb. 12.1 aus dem Seifenhautexperiment

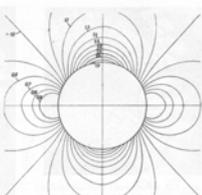


Abb. 12.5 Erweiterte Linien gleicher Geschwindigkeit der Kreisströmungsbewegung nach Abb. 12.3



Abb. 12.6 Linien  $z = \text{konst.}$  und Linien gleicher Strömungsrichtung beim Flügelgitter

[aus: W. Albring „Angewandte Strömungslehre“]

Für die experimentelle Modelltechnik sind in den Technikwissenschaften zwei Abbildungsverfahren möglich:

- die **Homologien**, die die Existenz gleicher physikalischer Grundqualitäten voraussetzen, also z. B. ein Flugzeug fliegt im Original in der Luft, das Modell des Flugzeuges wird im Windkanal, also auch in einer Luftströmung, untersucht.

**Homologien führen zu physikalisch ähnlichen Modellen.**

Dagegen:

- beruhen die **Analogien** auf gemeinsamen Struktur- und Funktionseigenschaften zwischen qualitativ unterschiedlichen physikalischen Systemen, z. B. wird an einer gespannten Seifenhaut das Geschwindigkeitsfeld einer Strömung untersucht. In der Akustik kann z. B. das Schallfeld eines Konzertsalles mit Hilfe der Oberflächenwellen in einem Wassertank beobachtet werden bzw. wird an einem elektrischen Netzwerk die Wirkungsweise eines akustischen HELMHOLTZ-Resonators untersucht.

**Analogien führen zu physikalisch analogen Modellen.**

Diese analogen Modellierungen sind am ALBRINGschen Institut besonders entwickelt, gepflegt und praktiziert worden:

Als Beispiel sei hier die Seifenhautanalogie erwähnt (siehe Bild).

Potentialströmung und Höhenkoordinate einer Seifenhaut gehorchen der LAPLACE-Differentialgleichung. Damit ist die Höhenkoordinate einer gespannten Seifenhaut der Stromfunktion einer ebenen hydrodynamischen Strömung analog. Damit entsprechen die Neigungen der Seifenhaut den Geschwindigkeitskomponenten der hydrodynamischen Strömung.

Im Bild:

In den beiden Bildern links ist die Kreiszyylinderumströmung dargestellt, und zwar die Linien gleicher Geschwindigkeit, links aus der Seifenhautanalogie und in der Mitte die berechnete Potentialströmung.

Im Bild rechts werden die Linien gleicher Geschwindigkeit und gleicher Strömungsrichtung bei einem Schaufelgitter gezeigt, ermittelt aus dem Seifenhautexperiment.

Nunmehr noch einige Bemerkungen zu den strömungsakustischen Arbeiten von Werner ALBRING

### **Inhomogene Wellengleichung der Strömungsakustik mit einem Stromfunktions-Quellglied (nach ALBRING)**

**Strömungsakustische Beiträge von W. ALBRING**

Inhomogene Wellengleichung  $\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \rho_0 \frac{\partial^2 (v_i v_j)}{\partial x_i \partial x_j} = q$

2d-Strömungsfeld:  $v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$

Quellglied:  $q = 2 \rho_0 \left[ \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right]$

$$q = 2 \rho_0 \left[ 2 \left( \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x \partial y} \right) + \left( \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial y^2} \right]$$

Scherlärm, Wirbellärm / Monopole, Dipole, Quadrupole

Werner ALBRING hat (in Zusammenarbeit mit den Brüdern Franz und Fritz DETSCH) in die Lighthillsche inhomogene Wellengleichung die Stromfunktion eines zweidimensionalen Strömungsfeldes eingeführt.

Damit erhält das strömungsakustische Quellglied die im Bild gezeigte Form. Mit Zerlegung der Stromfunktion in einen zeitlich konstanten und einen zeitlich

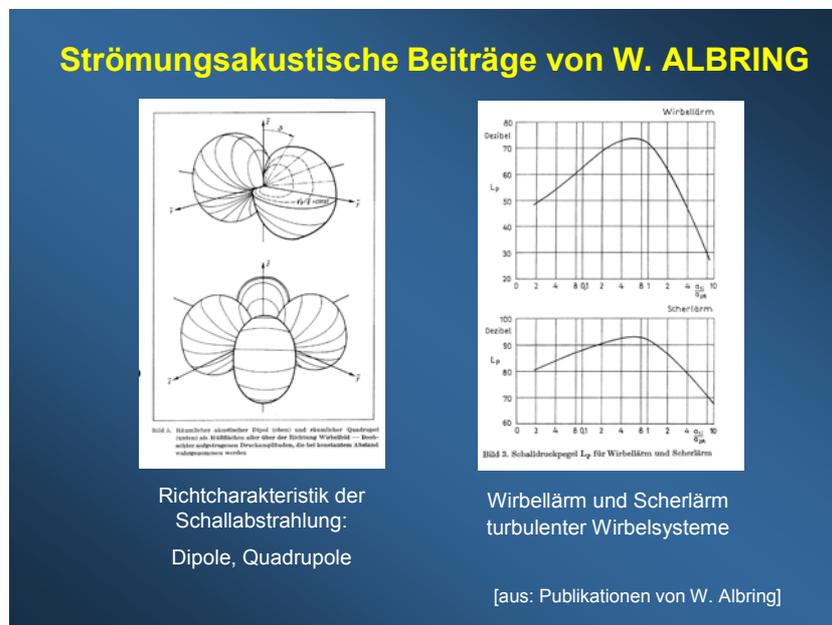
veränderlichen Teil folgt dann der Quellterm nach ALBRING/DETSCH.

Die Glieder 1, 3 und 4 dieser Gleichung zeigen den Scherlärm (shear noise), die Glieder 2 und 5 das reine Turbulenzgeräusch (self noise).

Werner ALBRING hat dann in die Lösung dieser inhomogenen Wellengleichung als Quellglieder elementare Wirbelfelder eingeführt, die direkt zu den Lighthill'schen Ersatzstrahlern „Monopol/Dipol/Quadrupol“ für die strömungsmechanischen Quellmechanismen der Schallerzeugung führen.

## Strömungsakustische Arbeiten von Werner ALBRING

### Multipole: Dipol, lateraler Quadrupol, Ergebnisse der Berechnung des Scherlärms und des Wirbellärms für turbulente Wirbelsysteme



Besonders anschaulich sind ALBRINGs räumliche Darstellungen für die Richtcharakteristik der Schallabstrahlung des Dipols und des lateralen Quadrupols, die ich auch in meinen Vorlesungen zur Strömungsakustik und zur Technischen Akustik verwendet habe.

Mit den ALBRING'schen Wirbelfeldern konnten die Schallenergiespektren des Scherlärms und des Wirbellärms für turbulente Wirbelsysteme berechnet werden.

## HELMHOLTZ und die Ähnlichkeitsmechanik

## ALBRING und die Ähnlichkeitsmechanik von HELMHOLTZ



Hermann von HELMHOLTZ

31.8.1821 Potsdam – 8.9.1894 Berlin

Helmholtz, H. v.:

*Über ein Theorem, geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper betreffend, nebst Anwendung auf das Problem, Luftballons zu lenken.*

Monatsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 26. Juni 1873, S. 501 – 514

Albring, W.:

*Helmholtz schuf eine Ähnlichkeitstheorie für Strömungen.*

Maschinenbautechnik 15 (1966) Heft 3, S. 113 - 118

Für Werner ALBRING ist das wissenschaftliche Werk von Hermann von HELMHOLTZ immer von besonderem Interesse gewesen. Neben der Würdigung des interdisziplinären Wirkens von Hermann von HELMHOLTZ in einigen Vorträgen ist es ALBRING zu verdanken, dass eine fast völlig vergessene Arbeit von HELMHOLTZ wieder in den Blickpunkt des wissenschaftlichen Interesses gerückt worden ist. Nach einem Hinweis des Akademiemitgliedes Hans Reichardt (Mathematik) befasste sich Werner Albring mit der Arbeit von Helmholtz zur Ähnlichkeitsmechanik für Strömungen:

*„Über ein Theorem, geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper betreffend, nebst Anwendung auf das Problem, Luftballons zu lenken.“  
Monatsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 26. Juni 1873, S. 501 – 514*

Werner ALBRING zeigte 1966 in der Publikation „Helmholtz schuf eine Ähnlichkeitstheorie für Strömungen“, dass in der oben genannten Arbeit von HELMHOLTZ bereits wesentliche Aussagen der Ähnlichkeitsmechanik für Strömungen enthalten sind, Aussagen also, die später mit den Namen REYNOLDS, FROUDE und MACH belegt worden sind.

Wie ALBRING schreibt,  
*„benutzt er (HELMHOLTZ) die grundlegenden Differentialgleichungen in sehr bemerkenswerter Weise. Das Integral dieser Differentialgleichungen war unbekannt, HELMHOLTZ überlegte aber, dass die Strömung um den fliegenden Vogelkörper oder das schwimmende Schiff durch Integrale dieser Gleichungen beschrieben werden müssen. Er suchte dann – in unserer heutigen Ausdrucksweise gesprochen – nach Ähnlichkeitskennzahlen, um quantitative*

*Aussagen für geometrisch ähnliche Körper anderer Abmessungen zu bekommen.*“ (Ende des Zitats)

ALBRING zeigte, dass von HELMHOLTZ schon die später nach Osborne REYNOLDS benannte Ähnlichkeitskennzahl formuliert worden ist, und zwar das Produkt aus der Strömungsgeschwindigkeit und der charakteristischen Abmessung, dividiert durch die kinematische Zähigkeit. ALBRING schreibt: *„Reynolds veröffentlichte erst 1883 seine Beobachtung, dass der Umschlag laminar-turbulent in Rohren von einem Festwert dieser Beziehung abhängt.“*

Die Bezeichnung Reynolds-Zahl wurde dann 1908 von Arnold Sommerfeld eingeführt.

HELMHOLTZ schreibt in der genannten Arbeit auch:

*„Die Schallgeschwindigkeiten müssen sich im selben Verhältnis ändern wie die anderen Geschwindigkeiten.“*

Dazu bemerkt Werner ALBRING: *„Damit ist schon unserem heutigen MACHschen Ähnlichkeitsgesetz vorgegriffen.“*

ALBRING zeigt des Weiteren, dass in der genannten Ähnlichkeitsarbeit von HELMHOLTZ auch bereits die FROUDE-Zahl und die NEWTON-Zahl formuliert worden sind.

Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang auch, dass im Jahre 1970 im Fachgebiet der Akustik eine Ähnlichkeitskennzahl nach Hermann von HELMHOLTZ benannt worden ist, und zwar erstmals von Prof. Lothar CREMER von der Technischen Universität Berlin.

### Darstellung der HELMHOLTZ-Zahl

Verhältnis von Längen	$\frac{L}{\lambda} = \frac{L f}{c} = He$
Verhältnis von Zeiten	$\frac{t_L}{T} = \frac{L}{c} f = He$
Verhältnis von Kräften	$\frac{F_r}{F_p} = \frac{m a}{S p} = \frac{L^2 f^2}{c^2} \Rightarrow He$
Verhältnis von Wellenlängen (bei gekoppelten Wellenleitern)	$\frac{\lambda_B}{\lambda_L} = He \quad \frac{\lambda_p}{\lambda_L} = He$
(bekannte) dimensionslose Größe	$kr = \frac{2\pi f}{c} r = \frac{2\pi r}{\lambda} = \frac{U}{\lambda} = He$

Diese HELMHOLTZ-Zahl wurde von Lothar CREMER als dimensionslose Größe für das Verhältnis zweier Längen eingeführt, und zwar für das Verhältnis einer charakteristischen geometrischen Abmessung zur Wellenlänge des Luftschalls:

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{L f}{c} = He$$

Die Helmholtz-Zahl ist natürlich viel mehr als nur ein Verhältnis zweier Längen, also der geometrischen Abmessung eines beschallten Hindernisses zur Wellenlänge der einfallenden Schallwelle.

In der Vorlesung zur angewandten Strömungslehre habe ich vor etwa 45 Jahren bei Werner Albring gelernt, dass Ähnlichkeitskennzahlen in der Strömungsmechanik auch immer Verhältnisse von Kraftwirkungen darstellen.

Was ergibt sich also für die Akustik des Luftschalls, wenn man diese ALBRINGschen Grundsätze auf den Schallausbreitungsvorgang anwendet? Für den Schallausbreitungsvorgang (verlustfrei) sind die Trägheitskraft  $F_T$  und die Druckkraft  $F_p$  maßgebend. Das Verhältnis beider Kräfte führt in dimensionsanalytischer Darstellung zur HELMHOLTZ-Zahl.

Weitere Deutungen und Anwendungen der HELMHOLTZ-Zahl sind im Bild dargestellt.

Werner ALBRING hat in seinen Vorlesungen und Vorträgen immer wieder auf Hermann von HELMHOLTZ Bezug genommen, und so wurde in uns, als seine Schüler, auch ein gewisser Grundstock für diese „große Liebe“ zu HELMHOLTZ geprägt.

In meinen Fachgebieten, der Technischen Akustik und der Strömungsakustik, ist diese wissenschaftliche Bedeutung von Hermann von HELMHOLTZ umfassend,

und ich bin meinem akademischen Lehrer Werner ALBRING sehr dankbar, dass er uns sehr frühzeitig mit HELMHOLTZ und der Ähnlichkeitsmechanik vertraut gemacht hat.

Es ergibt eine beeindruckende Liste, wenn man die HELMHOLTZschen Arbeiten in der Strömungsmechanik und Akustik zusammenstellt, und zwar nur diejenigen, die nachträglich mit seinem Namen verknüpft worden sind:

- **Die HELMHOLTZ-Gleichung der Akustik**

$$\frac{d^2\Psi'}{dx^2} + \frac{d^2\Psi'}{dy^2} + \frac{d^2\Psi'}{dz^2} + k^2\Psi' = 0$$

- **Die HELMHOLTZ-Gleichung der Strömungsmechanik**

In russischen Publikation und bei russischen Wissenschaftlern wird die Wirbeltransportgleichung in der Strömungsmechanik als HELMHOLTZ-

Gleichung bezeichnet (nach Albring):

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - \operatorname{rot}(\vec{v} \times \vec{\omega}) + \nu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\omega} = 0$$

- **Die HELMHOLTZ-Integralgleichung**

$$\int \Psi \frac{d}{dn} \left( \frac{\cos kr}{r} \right) d\omega - \int \frac{d\Psi}{dn} \frac{\cos kr}{r} d\omega = 4\pi\Psi_\alpha$$

In einer modernen Darstellung aus der Strömungsakustik (nach BLAKE):  
HELMHOLTZ-Integralgleichung (mit Volumen- und Oberflächenintegral):

$$p(\vec{x}, \omega) = \iiint_{V_0} \frac{\partial^2 T_{ij}(\vec{y}, \omega)}{\partial y_i \partial y_j} \frac{e^{ikr}}{4\pi r} dV(\vec{y}) + \\ + \iint_S \left\{ \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \frac{\partial p}{\partial n} - p(\vec{y}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \right) \right\} dS(\vec{y})$$

- **Der HELMHOLTZ-Resonator**

Hohlraumresonatoren, verwendet zur Klanganalyse

- **Der HELMHOLTZ-Resonanzabsorber**

Anordnung von HELMHOLTZ-Resonatoren zum Zwecke der Schallabsorption

- **Das HELMHOLTZ-Filter**

Aneinanderreihung von HELMHOLTZ-Resonatoren als Tiefpassfilter, Anwendung in gasführenden Rohrleitungen und Kanälen zur Abschwächung von Druckpulsationen

- **Die HELMHOLTZsche Vokaltheorie**

Formantbereiche der Vokale, Bestimmung mit Hilfe der „HELMHOLTZ-Resonatoren“

- **Das HELMHOLTZsche Gesetz in der psychologischen Akustik:**

Unabhängigkeit der Klangfarbe eines Tongemisches von den Phasenwinkeln der einzelnen Teiltöne

- **Das Reziprozitätsgesetz nach HELMHOLTZ**

"Wenn in einem mit Luft gefüllten Raume, der theils von endlich ausgedehnten festen Körpern begrenzt, theils unbegrenzt ist, im Punkte a Schallwellen erregt werden, so ist das Geschwindigkeitspotential derselben in einem zweiten Punkt b ebenso gross, als es in a sein würde, wenn nicht in a, sondern in b Wellen von derselben Intensität erregt würden. Auch ist der Unterschied der Phasen des erregenden und erregten Punktes in beiden Fällen gleich."

- **Die KELVIN-HELMHOLTZ-Instabilität**

Phänomen der Instabilität zweier Strömungen unterschiedlicher Geschwindigkeit und Dichte, die durch eine Grenzfläche getrennt sind. Beispiele: Luft über Wasser, Wirbelbildung (Rollen) von Wolken am Himmel

- **Die HELMHOLTZschen -Wirbelsätze**
- **Der HELMHOLTZsche Hauptsatz der Vektoranalysis**  
Satz über Vektorfelder: Jedes Vektorfeld lässt sich additiv in einen wirbelfreien und einen quellenfreien Anteil zerlegen.
- **Die HELMHOLTZ-Zahl**
- **Die HELMHOLTZsche Ähnlichkeitsmechanik**

Ich komme zum Schluss meines Vortrages:



Die Ähnlichkeitsmechanik spielt in vielen Bereichen der Technik und Naturwissenschaften eine große Rolle.

Die darauf basierende verallgemeinernde, das spezielle Geschehen und das spezielle Fachgebiet überwindende wissenschaftliche Arbeitsmethode hat Werner Albring uns gelehrt und in seinen wissenschaftlichen Arbeiten vorgeführt.

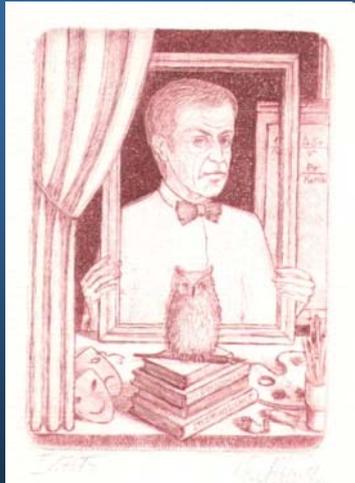
Aufbauend auf diesen Erfahrungen in der Strömungsmechanik wurden mit Ähnlichkeitskennzahlen weitere Anwendungsgebiete in unseren Fachgebieten erschlossen.

Lassen Sie mich mit ein paar persönlichen Bemerkungen schließen:

Unsere Begeisterung für das Fachgebiet Strömungsmechanik begründet sich auf das „Erlebnis Strömungslehre“, das uns während unseres Studiums Werner ALBRING bereitet hat. Er hat mit seinem Wirken als Hochschullehrer und Wissenschaftler die Grundlage für unser Berufsleben in entscheidender Weise geprägt, insbesondere dadurch

- dass Werner ALBRING in uns das Interesse an wissenschaftlicher Arbeit geweckt hat,
- dass er uns für das Suchen nach Neuem begeistert hat,

- und, das ist nach meiner Auffassung von besonderer Bedeutung, dass er uns eine wissenschaftliche Arbeitsmethode vorgelebt hat, die ganz wesentlich gekennzeichnet ist:  
durch das Lockern der Fachrichtungsenge, durch den Wechsel der Betrachtungsebenen, durch das Praktizieren einer interdisziplinären Arbeitsweise.



**Ein persönlicher Dank an Sie,  
Herr Albring,  
und vielen Dank,  
dass Sie alle zugehört haben!**

Ich danke Ihnen, Herr Professor Albring,  
und Ihnen allen, dass Sie zugehört haben!

#### Literatur:

Albring, W.: Strömungsmechanik- und Strömungsmaschinen-Untersuchungen An der Technischen Universität Dresden seit 1952. Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 15 (1991), S. 207 – 217

Albring, W.: Angewandte Strömungslehre. 1. Auflage 1961, 4. Auflage 1970, Dresden: Verlag Theodor Steinkopff

Albring, W.: Elementarvorgänge fluider Wirbelbewegungen. Berlin: Akademie-Verlag 1981

Albring, W.: Erinnern an Gotthilf Hagen aus Anlass seines 200. Geburtstages. Vortrag in der Sitzung der Technikwissenschaftlichen Klasse am 17. Oktober 1997. In: BBAW Berichte und Abhandlungen, Band 5. Berlin: Akademie-Verlag 1998, S. 305 – 315

Albring, W.: Helmholtz schuf eine Ähnlichkeitstheorie für Strömungen. Maschinenbautechnik 15 (1966), Heft 3, S. 113 – 118